

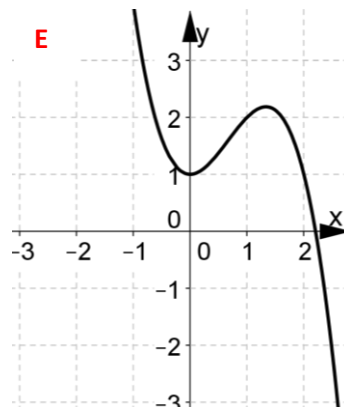
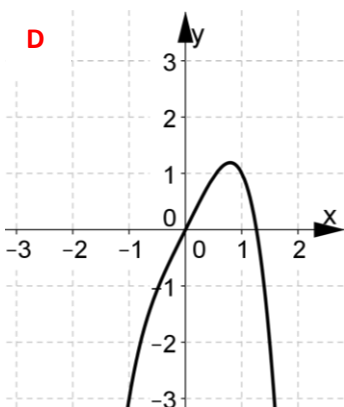
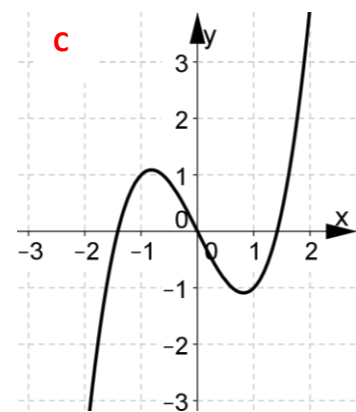
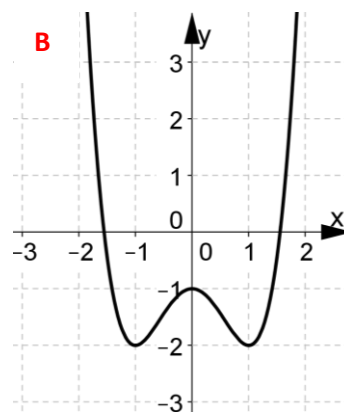
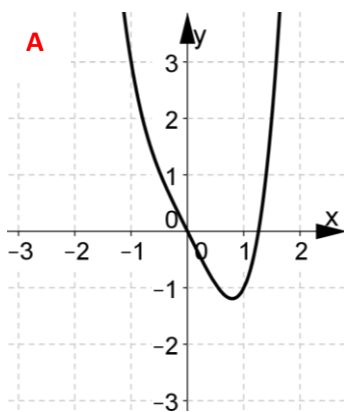
**Aufgabe 1: Wiederholung**

Schauen Sie zur **Wiederholung** folgende Lernvideos:

- Einführung, Begriffe und Beispiele zu ganzrationalen Funktionen:  
[https://www.youtube.com/watch?v=tcpC9Ea41Fw&list=PLLkr4Hf\\_lwvN-lbzbyC4Zol0uSLuDleqL&index=3](https://www.youtube.com/watch?v=tcpC9Ea41Fw&list=PLLkr4Hf_lwvN-lbzbyC4Zol0uSLuDleqL&index=3)
- Übung zu Begriffen und Beispielen ganzrationaler Funktionen:  
[https://www.youtube.com/watch?v=JvL8iXwBOMA&list=PLLkr4Hf\\_lwvN-lbzbyC4Zol0uSLuDleqL&index=6](https://www.youtube.com/watch?v=JvL8iXwBOMA&list=PLLkr4Hf_lwvN-lbzbyC4Zol0uSLuDleqL&index=6)
- Globalverhalten einer ganzrationalen Funktion für  $x \rightarrow \pm\infty$ :  
<https://www.youtube.com/watch?v=3w8uS6NqWrl>
- Verhalten einer ganzrationalen Funktion für  $x$  nahe 0:  
[https://www.youtube.com/watch?v=WDIQ7r9Ab-E&list=PLLkr4Hf\\_lwvN-lbzbyC4Zol0uSLuDleqL](https://www.youtube.com/watch?v=WDIQ7r9Ab-E&list=PLLkr4Hf_lwvN-lbzbyC4Zol0uSLuDleqL)

Bearbeiten Sie anschließend die folgenden Teilaufgaben:

- Geben Sie den Grad  $n$  und die Koeffizienten  $a_n, a_{n-1}, \dots, a_1, a_0$  der folgenden Funktionen an.
  - $f(x) = -2x^3 + x - 4$
  - $f(x) = (2x - 2)(4 + 3x^2)$
  - $f(x) = (2x^2 - 4)^2$
- Ordnen Sie den Graphen die passenden Funktionsgleichungen zu und **begründen** Sie Ihre Entscheidung.



- |          |                          |
|----------|--------------------------|
| <b>1</b> | $f(x) = x^4 - 2x^2 - 1$  |
| <b>2</b> | $f(x) = -x^3 + 2x^2 + 1$ |
| <b>3</b> | $f(x) = -x^4 + 2x$       |
| <b>4</b> | $f(x) = x^3 - 2x$        |
| <b>5</b> | $f(x) = x^4 - 2x$        |

**Aufgabe 2: Symmetrieeigenschaften ohne Rechnung**

Anhand der Funktionsgleichung lassen sich weitere Eigenschaften des zugehörigen Graphen ablesen. Eine davon ist das Symmetrieverhalten. Es gilt:

Der Graph einer ganzrationalen Funktion  $f$  ist genau dann **achsensymmetrisch zur y-Achse**, wenn im Funktionsterm von  $f$  **nur** Potenzen von  $f$  mit **geraden Exponenten** auftreten.

**Beispiel:** Der Graph der Funktion  $f$  mit  $f(x) = -2x^4 + x^2 - 5$  ist achsensymmetrisch zur y-Achse, da in der Gleichung nur die geraden Exponenten 4, 2 und 0 auftauchen.

Der Graph einer ganzrationalen Funktion  $f$  ist genau dann **punktsymmetrisch zum Ursprung**, wenn im Funktionsterm von  $f$  **nur** Potenzen von  $f$  mit **ungeraden Exponenten** auftreten.

**Beispiel:** Der Graph der Funktion  $f$  mit  $f(x) = x^5 + \frac{1}{2}x^3 - x$  ist punktsymmetrisch zum Ursprung, da in der Gleichung nur die ungeraden Exponenten 5, 3 und 1 auftauchen.

Entscheiden Sie jeweils, ob  $f$  symmetrisch zur y-Achse oder zum Ursprung ist.

- a)  $f(x) = x^4 + 6x^2 - 4$
- b)  $f(x) = 2x^3 - x - 1$
- c)  $f(x) = x^5 + 6x^7 - x$
- d)  $f(x) = 1 - x$

**Aufgabe 3: Symmetrieeigenschaften mit Rechnung**

Die Symmetrieeigenschaft einer Funktion lässt sich auch rechnerisch nachprüfen. Es gilt:

Der Graph einer reellen Funktion  $f$  mit dem Definitionsbereich  $D$  ist **achsensymmetrisch zur y-Achse**, wenn für alle  $x \in D$  gilt:  $f(-x) = f(x)$ .

Der Graph einer reellen Funktion  $f$  mit dem Definitionsbereich  $D$  ist **punktsymmetrisch zum Ursprung**, wenn für alle  $x \in D$  gilt:  $f(-x) = -f(x)$ .

Schauen Sie sich die Lernvideos unter <https://www.youtube.com/watch?v=-vNj5TMwB5k> und <https://www.youtube.com/watch?v=IHBWkerHjI> an. Dort wird Ihnen vorgeführt, wie sich die Symmetrieeigenschaft rechnerisch nachprüfen lässt. Untersuchen Sie anschließend die folgenden Funktionen rechnerisch auf Symmetrie:

- a)  $f(x) = 0,5x^6 - 3x^2 + 11$
- b)  $f(x) = 2x^5 + 3x^3$
- c)  $f(x) = x^4 - 4x$